

Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa A.A. 2008-2009.
Esame del 22/01/2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\text{Min } z = -3x_1 - x_2$$

$$x_1 - x_2 \geq -1$$

$$x_1 - 3x_2 \geq -6$$

$$\frac{1}{6}x_1 + \frac{1}{9}x_2 \leq 1$$

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- a) (3 punti) Risolvere il problema graficamente e determinare il valore ottimo della funzione obiettivo ed il punto di ottimo, se esiste, finito.
 - b) (2 punti) Aggiungere un vincolo ridondante, con almeno due variabili, al sistema.
 - c) (2 punti) Modificare la formulazione per rendere il problema inammissibile
 - d) (4 punti) Si scriva la formulazione matematica del problema duale associato al problema dato.
 - e) (4 punti) Modificare la funzione obiettivo affinché i punti $(26/5, 6/5)$ e $(4, 0)$ siano ottimi.
2. Sia $G(V;E)$ un grafo orientato caratterizzato da 6 nodi $V = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ e 9 archi. A ciascun arco è associato un costo secondo le seguenti tabelle:

| | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Arco | (1,2) | (1,3) | (1,5) | (3,4) | (3,5) | (4,5) | (5,2) |
| Costo | 19 | 4 | 12 | 5 | 7 | 1 | 7 |

- a) (4 punti) Determinare il cammino minimo dal nodo 1 al nodo 2, applicando l'algoritmo di Dijkstra.
 - b) (4 punti) Formulare il problema come problema di programmazione lineare e verificare che la soluzione trovata al punto precedente soddisfi il modello matematico.
3. Dato il seguente insieme di vettori $A_1 = (0,1)$, $A_2 = (3,2)$, $A_3 = (4,-1)$, $A_4 = (-3,5)$
- a) (3 punti) Rappresentare graficamente il risultato delle seguenti operazioni :
 - $A_2 - A_4$
 - $A_1 + A_4$
 - $A_2 + 4A_3 - A_1$
 - b) (1 punto) Determinare se i vettori A_1 ed A_4 sono linearmente indipendenti
4. (6 punti) Si discuta la veridicità delle seguenti affermazioni giustificando in dettaglio le risposte date:
- In un problema di massimo flusso, la massima quantità di flusso che è possibile inviare dalla sorgente al pozzo equivale alla capacità degli archi entranti nel pozzo.
 - Se P è un problema di programmazione lineare di minimo con z^* ottimo finito e D è il suo duale allora z^* è maggiore o uguale al valore assunto dalla funzione obiettivo di D in un punto qualsiasi della sua regione ammissibile.