- LEZIONE 1 DEL CORSO DI FISICA PER INFORMATICA - A.A. 2006/2007

Silvio De Siena

Abstract

Questi appunti riproducono essenzialmente i contenuti delle lezioni del corso di Fisica per Informatici da me tenute. È sempre opportuno non limitarsi, in fase di preparazione dell'esame, a leggere questi appunti, ma provvedere anche a consultare un testo di riferimento. In questo caso si consiglia di consultare, limitatamente agli argomenti svolti nel corso, i due volumi di *Halliday-Resnick*.

1 Lezione 1: Metodo Scientifico, Misure e Grandezze Fisiche

1.1 Il Metodo Scientifico

La Fisica si propone di studiare qualsiasi sistema naturale: dal moto dei corpi celesti ai fenomeni che hanno luogo su scala microscopica, dall'attrazione tra due cariche agli effetti della luce, dal riscaldamento e raffreddamento di una sostanza ai meccanismi che regolano i fenomeni economici.

Per perseguire questo fine è necessario adottare quello che prende il nome di *Metodo Scientifico* che nel seguito cercheremo di illustrare per passi essenziali. È bene però puntualizzare che questi passi si possono certo elencare seguendo un filo logico, ma che nel procedimento effettivo si intrecciano tra loro attraverso ragionamenti induttivi e deduttivi.

- Il primo passo richiede di ben individuare e delimitare il fenomeno naturale che si desidera descrivere (per esempio, la caduta di un corpo da una torre, l'espansione di un gas in un recipiente, ecc.). E' molto importante che il fenomeno scelto venga descritto **nelle condizioni più semplici possibili**.

Per illustrare questo punto, che è molto delicato, ci serviremo dell'esempio del corpo che cade da una torre: che vuol dire in questo caso scegliere le condizioni più semplici possibili ? E' chiaro che se qualcuno sale su una torre e lascia cadere un corpo, la caduta, data la presenza dell'aria, assumerà aspetti complessi che dipenderanno dalla natura e dalla forma del corpo (una piuma cadrà in modo molto diverso da un pezzetto di piombo!), con ulteriori complicazioni nel caso di presenza di vento o di moti turbolenti. È bene allora mettersi nella condizione più semplice, che suppone l'assenza di aria. Questa condizione può essere realizzata in laboratorio; più semplicemente però il moto reale di qualsiasi corpo in queste condizioni può essere studiato anche in presenza di aria utilizzando corpi di alta densità (appunto, il piombo) e di dimensioni contenute, tali cioè da rendere l'influenza dell'aria irrilevante. Il moto in assenza di aria di una piuma seguirà allora sostanzialmente la stessa legge di questi corpi. Una volta studiato il fenomeno nelle condizioni più semplici, e quindi più *universali*, ci si potrà poi eventualmente porre il problema di studiare i casi più complessi.

- Il secondo passo richiede di individuare e definire le *grandezze fisiche* che sono necessarie a descrivere attraverso una specifica *legge fisica* il fenomeno naturale prescelto. Ci occuperemo più approfonditamente in seguito di mostrare come una grandezza fisica può essere definita attraverso un'*operazione di misura*, ed il significato di legge fisica. Qui vogliamo chiarire, sempre con l'esempio della caduta di un corpo da una torre, cosa vuol dire individuare le grandezze fisiche che sono necessarie a descrivere il fenomeno. Nel caso del nostro esempio abbiamo già eliminato l'aria ed i relativi parametri. Restano però, in principio, molte cause che possono influenzare il processo. Tuttavia, su base logica, molte possono essere scartate a priori. Per esempio, si potrebbe supporre che la caduta possa essere influenzata dalla nazionalità o dai rapporti di parentela della persona che lascia cadere il corpo: ma sembra ragionevole scartare questa ipotesi! Si può supporre invece che la caduta sia influenzata dalla massa del corpo; ma vedremo fra poco che questo non accade (sempre se l'aria è assente). Alla fine si arriva ad ipotizzare come causa del moto l'attrazione terrestre, descritta attraverso le opportune grandezze.

- Il terzo passo presuppone di ipotizzare una legge fisica formulata in termini delle grandezze individuate nel passo precedente, e di verificarne la validità tramite esperimenti di misura. Una legge fisica, come tutte le leggi, spesso collega le *cause* con gli *effetti*; ma può esprimere anche principi di *simmetria* e di *conservazione* di grandezze fisiche. La forma ipotizzata per la legge può essere "aggiustata" attraverso la verifica sperimentale. Ritornando a quanto detto in precedenza, si può dapprima ipotizzare che il moto di caduta di un corpo in assenza di aria dipenda, tra le altre cose dalla massa del corpo. Per verificare l'ipotesi si possono gettare dalla torre corpi di massa diversa e misurare il tempo di caduta. Poichè da questa misura risulta che il tempo è lo stesso per tutti i corpi, nella legge ipotizzata non può essere contenuta la massa. Alla fine, nel caso del corpo che cade si arriva a scrivere una legge che connette la *forza di attrazione terrestre* (la causa) con l'*accelerazione di gravità* (l'effetto), legge che può essere verificata sperimentalmente.

1.2 Il concetto di "stato" di un sistema

Uno degli scopi principali della Fisica è quello di acquisire *capacità di previsione*. Per esempio, per poter inviare razzi sulla luna negli anni '60 gli scienziati della NASA dovevano essere in grado di prevedere, e quindi di controllare, la traiettoria di un razzo lanciato dalla terra, e di calcolare i giusti valori dei parametri necessari a far in modo che il razzo arrivasse proprio sulla luna.

Più in generale, la Fisica deve essere in grado di definire lo *stato* del sistema studiato, stato definito come l'insieme delle grandezze fisiche il cui valore descrive completamente il sistema in un certo istante, e poi di calcolare l'*evoluzione* nel tempo di questo stato a partire da uno stato iniziale.

Vedremo successivamente degli esempi di realizzazione di questi concetti.

1.3 Misure e grandezze fisiche

Siamo ora pronti ad introdurre più in dettaglio il concetto di grandezza fisica.

Una grandezza fisica può essere definita solo in termini quantitativi, assegnando il modo nel quale se ne può eseguire una *misura*, cioè il modo di associare ad essa dei valori numerici. Una misura può essere *diretta o relativa* e *indiretta o assoluta*. Si esegue una misura diretta (relativa) quando si confronta la quantità da misurare con un campione convenzionalmente prescelto della stessa quantità; per esempio, posso misurare la lunghezza di un tavolo contando quante volte entra in questa lunghezza un centimetro.

Questo ci porta a considerare che per eseguire una misura diretta è innanzitutto necessario introdurre un'*unità di misura*, che è, appunto, quel campione convenzionalmente prescelto della quantità da misurare (nel caso di lunghezze, possiamo scegliere i centimetri, i pollici, i metri ecc.). Una volta scelta un'unità di misura, il rapporto, espresso in termici numerici e specificando l'unità, costituisce la misura diretta; per esempio, la misura del tavolo è di 108 (che indica il valore numerico) *centimetri* (che indicano l'unità di misura). Questo tipo di misura può essere eseguito su tutte le grandezze fisiche che ci interessano, introducendo per ciascuna un'apposita unità di misura.

Potendo scegliere le unità di misura in modo sostanzialmente arbitrario, si rende necessario, per permettere la comunicazione dei dati e la ripetizione delle misure in modo congruente da parte di persone diverse, introdurre un *sistema di unità di misura*. Questo ci porta a descrivere il concetto di misura *indiretta (assoluta)*. La misura assoluta di una grandezza fisica viene espressa in termini delle grandezze che fanno parte di un sistema di unità di misura, e solo in casi particolari coincide con una misura relativa. Da quanto detto, risulta che un sistema di unitá di misura deve contenere il numero minimo di grandezze in termini delle quali si possono esprimere le dimensioni di tutte le altre possibili grandezze all'interno di un settore di fenomeni fisici. Per esempio, in questa prima parte considereremo i fenomeni meccanici; non è difficile capire che per descrivere tutte le grandezze fisiche ad essi associate basta definire un sistema di unità di misura contenente *tre grandezze fondamentali*.

Sistemi di unità di misura comunemente adottati.

I sistemi di unità di misura più comunemente adottati a livello internazionale sono *il sistema MKS*, *il sistema CGS*, e *il sistema Pratico* (adottato soprattutto dagli Ingegneri). Nei primi due sistemi le tre grandezze fisiche che si assumono come fondamentali sono *lunghezza, massa e tempo*; nel terzo sistema sono invece *lunghezza, forza e tempo*.

Il sistema MKS: in questo sistema le unità di misura sono: per la lunghezza *il metro* (simbolo: m), per la massa *il chilogrammo-massa* (simbolo: Kg), per il tempo *il secondo* (simbolo: s oppure sec).

Il sistema CGS: in questo sistema le unità di misura sono: per la lunghezza *il centimetrometro* (simbolo: cm), per la massa *il grammo-massa* (simbolo:

g oppure gr), per il tempo *il secondo* (simbolo: s oppure sec).

Il sistema Pratico: in questo sistema le unità di misura sono: per la lunghezza *il metro* (simbolo: m), per la forza *il chilogrammo-peso* (definito come il chilogrammo-massa moltiplicato per l'accelerazione di gravità; simbolo: Kg), per il tempo *il secondo* (simbolo: s oppure sec).

D'ora in poi, una volta adottato un sistema di unità di misura, parleremo sempre di chilogrammo o grammo, senza specificare "-massa" o "-peso".

A questo punto possiamo capire con un esempio come funziona la misura assoluta. Supponiamo infatti di voler misurare la velocità di una macchina nel sistema MKS. Poiché (come vedremo meglio in seguito) la velocità si misura dividendo lo spazio percorso (cioè una *lunghezza*) per il *tempo* impiegato a percorrerlo, la velocità si esprime in *metri diviso secondi* o, in simboli, in $(\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1})$ (d'ora in poi ometteremo le parentesi ed il puntino).

È possibile, ora, che persone diverse usino sistemi di unità di misura diversi. Per potersi comunicare i rispettivi risultati é allora necessario *convertire* le unità di misura di un sistema in quelle dell'altro sistema, usando gli opportuni *fattori di conversione*. Un fattore di conversione è definito come il rapporto tra l'unità di misura di una grandezza nel primo sistema con l'unità di misura della stessa grandezza nel secondo sistema. Per esempio, il fattore di conversione delle lunghezze tra MKS e CGS è metro/centimetro = 100 (1 metro è 100 centimetri). Naturalmente, se dobbiamo convertire tra CGS e MKS abbiamo fattori di conversione inversi (centimetro/metro = $1/100 \equiv 10^{-2}$). Si noti che, nella vita comune, siamo anche abituati ad usare unità di misura che non fanno parte dei sistemi MKS o CGS, ma che sono multipli delle unità di misura di questi sistemi. Per esempio, parlando di una macchina in autostrada, tipicamente usiamo i *chilometri* (simbolo: km) per misurare lo spazio percorso, e le *ore* (simbolo: h) per misurare il tempo trascorso; misuriamo di conseguenza la velocità in "chilometri all'ora" (cioè, chilometri/ore; simbolo: km/h o $km\ h^{-1}$). Conoscendo però i fattori di conversione da chilometri a metri o a centimetri ($1km = 10^3 m = 10^5 cm$) e da ore a secondi ($1h = 3600s \equiv 3.6 \cdot 10^3 s$), possiamo convertire in MKS o CGS

Esercizio 1): Esprimere nel sistema CGS ed in km/h la velocità di $5m\ s^{-1}$.
Soluzione: Il fattore di conversione da metri a centimetri è 100, mentre il fattore di conversione da secondi a secondi è ovviamente 1. Allora

$$5m\ s^{-1} = 5 \cdot \frac{100}{1} cms^{-1} = 500\ cm\ s^{-1}.$$

Inoltre

$$5m\ s^{-1} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot (3.6 \cdot 10^{3})\ km/h = 5 \cdot 3.6\ km/h = 18\ km/h,$$

dove abbiamo usato il fatto che i fattori di conversione da m a km, e da s a h, sono gli inversi di quelli da km a m, e da h a s.

Analisi dimensionale.

In generale, se Q indica una qualsiasi grandezza fisica (velocitá, forza, energia ...), ne possiamo fare l'*analisi dimensionale*, cioè esprimere le sue dimensioni fisiche in termini delle dimensioni fondamentali contenute nel sistema di unità di misura prescelto. Nei sistemi MKS e CGS, che saranno quelli adottati nel seguito, le dimensioni fondamentali sono lunghezza, massa e tempo. Indichiamo con il simbolo $[Q]$ le dimensioni della quantità prescelta (senza curarci del suo valore numerico). Allora, per ogni quantità (meccanica) possiamo sempre scrivere una relazione della forma

$$[Q] = [l^{\alpha}\ m^{\beta}\ t^{\gamma}], \tag{1}$$

dove con l, m, t abbiamo indicato le dimensioni di lunghezza, massa e tempo, e dove α, β, γ sono numeri che dipendono dalla quantitá $[Q]$. Per esempio, se v indica una velocità abbiamo

$$[v] = [l^1\ m^0\ t^{-1}] \equiv [l\ t^{-1}],$$

che leggiamo: "la velocità ha le dimensioni di una lunghezza per un tempo a meno uno". Se invece a indica un'accelerazione (che è una velocità diviso un tempo) scriviamo

$$[a] = [l^1\ m^0\ t^{-2}] \equiv [l\ t^{-2}],$$

che leggiamo: "l'accelerazione ha le dimensioni di una lunghezza per un tempo a meno due".

L'analisi dimensionale ha grandissima importanza, sia perché serve per verificare (almeno in parte) la correttezza di una relazione, sia perchè può suggerire leggi fisiche.

Esercizio 2): Trovare le dimensioni di β, γ, δ sapendo che vale la seguente relazione

$$x(t) = \beta t^2 + \gamma t + \delta,$$

dove $x(t)$ denota una distanza.
Soluzione: Poichè le dimensioni della quantità a primo membro della relazione devono essere uguali a quelle di tutte e tre le quantità a secondo membro, e poichè la quantità a primo membro è una lunghezza, dobbiamo imporre le seguenti tre condizioni

$$[l] = [\beta] \cdot [t^2],$$

$$[l] = [\gamma] \cdot [t],$$

$$[l] = [\delta].$$

La terza relazione ci dice quindi subito che δ ha le dimensioni di una lunghezza. Ricavando dalla prima e dalla seconda le dimensioni di β e di γ, rispettivamente, abbiamo

$$[\beta] = [l\ t^{-2}],$$

$$[\gamma] = [l\ t^{-1}].$$

Esercizio 2): Si consideri la seguente relazione

$$F = m\, v^2\, r\ +\ p\, S,$$

dove F, m, v, r, p, S denotano, rispettivamente, una forza, una massa, una velocità, una lunghezza, una pressione ed una superficie. Sapendo che le dimensioni di una forza sono quelle di una massa per un'accelerazione, e sapendo che la pressione è definita come il rapporto tra la forza che agisce

su una superficie e la superficie stessa, trovare tramite analisi dimensionale l'errore contenuto nella relazione, e correggerlo.
Soluzione: Innanzitutto, ricordiamo che le dimensioni di un'accelerazione sono $[a] = [l\ t^{-2}]$, e che quindi quelle di una forza sono $[F] = [m\ l\ t^{-2}]$. Inoltre, dalla definizione di pressione (forza diviso superficie), il secondo termine a secondo membro della relazione ha proprio le dimensioni di una forza, cioè della quantità a primo membro, e quindi non è sbagliato. Analizziamo invece le dimensioni del primo termine a secondo membro:

$$[m\ v^2\ r] = [m\ (l\ t^{-1})^2\ l] \equiv [m\ l^2\ t^{-2}\ l] \equiv [m\ l^3\ t^{-2}].$$

È chiaro che queste non sono le dimensioni di una forza, e che la relazione giusta è

$$F = m\ \frac{v^2}{r}\ +\ p\ S.$$

Infatti, ora le dimensioni del primo termine a secondo membro sono

$$[m\ (v^2/r)] = [m\ (l\ t^{-1})^2\ l^{-1}] \equiv [m\ l^2\ t^{-2}\ l^{-1}] \equiv [m\ l\ t^{-2}].$$

Ora, facciamo cenno ad un'altra questione. Esistono infatti quelle che si chiamano *grandezze adimensionali*, che corrispondono al caso $\alpha = \beta = \gamma = 0$ nella relazione (1); un possibile esempio sono gli angoli. Una grandezza adimensionale si ottiene tipicamente come *rapporto tra due grandezze dimensionali aventi la stessa dimensione*. Per esempio, un angolo è definito come il rapporto tra l'arco di circonferenza da esso sotteso ed il raggio della circonferenza, cioè come rapporto tra due *lunghezze*.

Un punto molto importante è che alcune leggi sono descritte attraverso funzioni di una variabile, tipicamente nel nostro caso funzioni del tempo, che sono *non elementari*, come per esempio l'esponenziale o il coseno. Il punto è che ognuna di queste funzioni può essere *espansa in serie*, cioè espressa come somma infinita di potenze della variabile. Per esempio, l'esponenziale e^α è addirittura *definito da una serie* come

$$e^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} \equiv 1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^3}{6} + ...$$

Qui:

- il simbolo $\sum_{n=0}^{\infty}$ si legge "somma su tutti i numeri interi che vanno da 0 all'infinito", e la sua azione si ottiene scrivendo prima il termine che si ottiene scegliendo $n = 0$, sommando poi a questo il termine con $n = 1$, sommando poi ai primi due il termine con $n = 3$ ecc.

- il simbolo $n!$ si legge "n fattoriale"; esso è definito per ogni numero n intero positivo come $n! \doteq n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot ... \cdot 2 \cdot 1$, e, per convenzione, è definito anche per $n = 0$ come $0! = 1$. Quindi, per esempio, $1! = 1$, $2! = 2 \cdot 1 = 2$, $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, ecc.

Nell'ultimo membro della precedente relazione che definisce e^{α} abbiamo scritto esplicitamente i primi termini della serie per mostrare che, secondo questa definizione, a parte fattori numerici, si debbono sommare una costante ad α, al quadrato di α, al cubo di α ecc. Ora, se α avesse dimensioni fisiche *questo non sarebbe possibile*. Se, per esempio, le dimensioni di α fossero quelle di un tempo espresso in secondi, dovremmo sommare una costante ai secondi ai secondi al quadrato, e così via, ma non è possibile sommare tra loro grandezze che non siano *congruenti*, cioè che non abbiano la stessa dimensione fisica: le costanti possono essere sommate solo ad altre costanti, i secondi con i secondi, i secondi al quadrato con secondi al quadrato ecc. Ne consegue che l'argomento di funzioni non elementari, quindi espandibili in serie, *deve essere adimensionale*, cioè deve essere il rapporto di due grandezze con la stessa dimensionalità. Altre funzioni espandibili in serie che incontreremo nel seguito saranno seno e coseno. Naturalmente, l'esponenziale, il seno e i coseno, essendo somme di potenze di quantità adimensionali, sono anch'esse funzioni adimensionali.

Esercizio 3): Trovare le dimensioni di ω ed S nella relazione

$$\theta(t) = \frac{S}{R} \cos(\omega\, t),$$

dove $\theta(t)$ denota un angolo e R una lunghezza. (La relazione descrive il moto oscillatorio di un piccolo corpo che scivola in una conca semisferica. $\theta(t)$ indica l'angolo al tempo t tra il raggio che congiunge il centro della semisfera con la posizione del corpo, e la verticale passante per lo stesso centro; R indica il raggio della semisfera)
Soluzione: Per quanto detto prima, l'argomento del coseno deve essere adimensionale; quindi

$$[\omega\ t] = [l^0\ m^0\ t^0],$$

da cui ricaviamo le dimensioni di ω

$$[\omega] = [l^0\ m^0\ t^0] \cdot [t]^{-1} \equiv [l^0\ m^0\ t^0\ t^{-1}] = [t^{-1}].$$

Quindi, ω deve avere le dimensioni dell'inverso di un tempo, e in MKS o CGS si misura in s^{-1}. Passiamo ora alle dimensioni di S. Poichè nel primo membro della relazione compare un angolo, che è adimensionale, anche il secondo membro deve essere adimensionale; visto che il coseno è già adimensionale, ne consegue che anche il rapporto S/R deve essere adimensionale, e che quindi S deve avere le dimensioni di R, cioè di lunghezza ($[S] = [l]$). S si misurerà quindi in metri nel sistema MKS o in centimetri nel sistema CGS.

Esercizio 4): Trovare le dimensioni di τ ed m_0 nella relazione

$$m(t) = m_0\ e^{-t/\tau},$$

che descrive un tipico decadimento radioattivo, dove $m(t)$ è la massa dell'elemento dopo che è trascorso un tempo t dall'inizio del processo.
Soluzione: Poichè l'argomento dell'esponenziale ($-t/\tau$) deve essere adimensionale, è chiaro che τ deve avere le stesse dimensioni di t, cioè di un tempo: $[\tau] = [t]$; τ si misura quindi, in MKS o CGS, in secondi. Essendo poi l'esponenziale esso stesso adimensionale, è chiaro che m_0 deve avere le stesse dimensioni di $m(t)$, cioè di una massa (m_0 rappresenta la massa iniziale dell'elemento che poi si riduce per effetto del processo radioattivo); m_0 si misura quindi in chilogrammi (Kg) in MKS, ed in grammi (g) in CGS.

Altri esercizi

Esercizio 5): Tradurre nel sistema MKS l'accelerazione di 10^3 $cm\ s^{-2}$.

Esercizio 6): Tradurre nei sistemi MKS e CGS la velocità di 108 km/h.

Esercizio 7): Trovare l'errore dimensionale, e correggerlo, nella seguente relazione:

$$m\ v^2 = \frac{p}{R},$$

dove m è una massa, v una velocità, p una pressione e R una lunghezza (si veda l'esercizio 2) per le dimensioni della pressione).

Esercizio 8): Si consideri la seguente relazione:

$$\theta(r) = \lambda r_0 e^{-r/r_0},$$

dove $\theta(r)$ è un angolo e r una lunghezza. Trovare le dimensioni di λ ed r_0.

Esercizio 9): Si trovino le dimensioni di τ e K nella seguente relazione:

$$E = F\ v\ \tau + Kv^2,$$

dove E è un'energia, F una forza e v una velocità, e sapendo che le dimensioni di un'energia sono $[E] = [m\ l^2\ t^{-2}]$ (per le dimensioni di una forza, si veda l'esercizio 2)).

Esercizio 10): Trovare l'errore, e correggerlo, nella relazione:

$$E = m\ v\ \frac{R^2}{T},$$

dove E è un'energia, v una velocità, R una lunghezza e T un tempo.