- LEZIONE 7 (Inf. Applicata) DEL CORSO DI FISICA PER INFORMATICA - A.A. 2006/2007

Silvio De Siena

1 Forze di attrito

Abbiamo finora considerato il caso di sistemi meccanici soggetti a forze conservative. Tuttavia, nel mondo reale, se si esclude la meccanica celeste, sono sempre presenti fenomeni di attrito e, quindi, di dissipazione.È da mettere in evidenza che tali fenomeni rivestono una notevole importanza nella nostra vita, anche in termini positivi; per esempio, è la presenza dell'attrito che ci permette di camminare, o alle automobili di muoversi (si pensi a cosa succede quando è presente ghiaccio, che di fatto riduce quasi a zero l'attrito). D'altra parte, in presenza di attrito il principio di conservazione dell'energia meccanica perde la sua validità, a causa dei fenomeni di dissipazione che rendono non più reversibile la dinamica del sistema. Questo, però, non vuol dire che non esiste comunque un principio più universale di conservazione dell'energia. Infatti, come ci insegna la nostra esperienza comune, la presenza di attrito comporta lo sviluppo di *calore* (per questo strofiniamo le mani tra loro quando fa freddo); ma, se ci si mette in un ambito più ampio, quello della *Termodinamica* si può dimostrare che anche il calore è una forma di energia, anche se non si tratta di energia meccanica. Quindi, se si include anche questa forma di energia nel bilancio globale, si può stabilire che vale un più generale principio di conservazione dell'energia, noto come il *Primo Principio della Termodinamica*, che afferma che la somma dell'energia meccanica e del calore(energia termica) si conserva.

Se, però, vogliamo tener conto della parte di attrito in un bilancio energetico rimanendo nell'ambito dei fenomeni meccanici, come possiamo fare? Per raggiungere questo scopo si può introdurre il concetto di *forze di attrito.* Il criterio è semplice: se, infatti, riusciamo ad associare all'attrito una forza, allora, quando il corpo si sposta, questa forza compirà un *lavoro* (come abbiamo visto in precedenza); *questo lavoro rappresenterà l'energia dissipata* *dall'attrito, e dovrà essere sottratto, nella forma (12) (Lezione 6) della conservazione dell'energia meccanica, al lavoro L_{AB} fatto dalle forze conservative che agiscono sul corpo; questa differenza fornirà così il lavoro utile, inferiore a quello fatto dalle forze conservative, che può essere trasformato in energia cinetica.* Se indichiamo con L^a_{AB} il lavoro (dissipativo) fatto dalle forze di attrito durante lo spostamento tra A e B, la relazione (12) (Lezione 6) viene così modificata

$$L_{AB} - L^{(a)}_{AB} = \frac{1}{2}\, m\, v_B^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_A^2. \tag{1}$$

Come si vede, il primo membro di questa relazione è inferiore a quello della originaria forma (12) (Lezione 6) della conservazione dell'energia meccanica, il che ha come conseguenza che la velocità acquisita dal corpo nel punto finale B sarà inferiore a quella accquisita senza attrito, come è naturale (cioè, con l'attrito il corpo "frena").

Ora , il problema è determinare quanto vale $L^{(a)}_{AB}$; ma questo equivale a determinare la forma delle forze di attrito.

Vari tipi di forze di attrito: attrito statico e attrito dinamico.

Partiamo sempre dall'esperienza comune; noi sappiamo che trascinare un pacco su un pavimento (e non sul ghiaccio dove l'attrito è quasi nullo) comporta un certo sforzo. Sappiamo, inoltre

1) che è più difficile spostare un pacco inizialmente fermo che continuare a muoverlo una volta che incomincia a spostarsi,

2) che la fatica necessaria è tanto più grande quanto più il corpo è pesante.

In base alla considerazione 1) distinguiamo innanzitutto tra *attrito statico* ed *attrito dinamico*; il primo descrive l'opposizione del corpo a *iniziare* il moto, mentre il secondo descrive l'opposizione del corpo a *continuare* il moto una volta che questo è iniziato. Da quello che abbiamo detto, l'attrito statico è superiore all'attrito dinamico.

In base alla considerazione 2) capiamo che le forze di attrito, che ci accingiamo ad introdurre, devono dipendere dal peso del corpo, e devono aumentare con esso.

A questo punto siamo pronti a definire la forma delle forze di attrito:

La forza di attrito (statico o dinamico) esercitata da un corpo di massa m durante il suo trascinamento su un piano orizzontale ha stessa direzione ma verso opposto allo spostamento del corpo, ed ha modulo

$$F_{as} = c_s \, mg \ ,$$

$$F_{ad} = c_d \, mg \ , \tag{2}$$

dove F_{as} , F_{ad} indicano, rispettivamente, i moduli della forza di attrito statico e di quella di attrito dinamico, ed i coefficienti numerici adimensionali c_s , c_d prendono il nome di coefficiente di attrito statico e coefficiente di attrito dinamico.

In altre parole: *Le forze di attrito che si esercitano su un corpo trascinato su un piano orizzontale hanno stessa direzione e verso opposto allo spostamento del corpo, ed hanno modulo proporzionale al peso del corpo attraverso coefficienti di proporzionalità che prendono il nome di coefficiente di attrito statico o coefficiente di attrito dinamico.*

Dalla considerazione 1), e dalla forma (2) delle forze di attrito, è chiaro che

$$c_s > c_d \ . \tag{3}$$

Il valore dei coefficienti di attrito dipende dai materiali di cui sono fatti il corpo ed il piano, e dalla superficie di contatto tra i due; questo valore viene determinato fenomenologicamente tramite misura.

A questo punto possiamo scrivere la forma esplicita del modulo del lavoro fatto dalle forze di attrito nel caso di un corpo di massa m trascinato lungo un piano orizzontale:

$$L_{AB}^{(as)} = c_s \; m \; g \; s,$$

$$L_{AB}^{(ad)} = c_d \; m \; g \; s, \tag{4}$$

dove abbiamo usato la notazione $L_{AB}^{(as)}$, $L_{AB}^{(ad)}$ per il lavoro fatto dalle forze di attrito statico o dinamico, rispettivamente, e dove s rappresenta il modulo dello spostamento tra A e B. È chiaro, infine, che, avendo la forza di attrito sempre verso opposto allo spostamento del corpo, esso è sempre negativo, e che quindi vale la relazione di bilancio energetico (1).

Facciamo ora un esempio.

Esercizio 1): Un corpo di massa pari a 1 Kg, viene trascinato per 3 metri su un piano in presenza di attrito dinamico di coefficiente $c_d = 0.3$; la forza $\vec{F}$ che trascina il corpo è orizzontale, costante, e di modulo $F = 5\ N$. Se il corpo parte praticamente da fermo, calcolare la velocità finale.
Soluzione: Usiamo la relazione (1). Innanzitutto, poichè il corpo parte da fermo

$$v_A = 0.$$

Inoltre, la forza che trascina il corpo è costante e parallela (e concorde) allo spostamento; quindi

$$L_{AB} = F\ s = 5 \cdot 3\ J = 15\ J.$$

Infine

$$L_{AB}^{(ad)} = c_d\ mg\ s = 0.3 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 3\ J = 9\ J.$$

Allora

$$(15 - 9)\ J \equiv 6\ J = \frac{1}{2}\ m\ v_B^2 \equiv \frac{1}{2}\ v_B^2,$$

da cui

$$v_B = \sqrt{12}\ m\ s^{-1} \approx 3.464\ m\ s^{-1}.$$

Finora abbiamo considerato il caso di un corpo trascinato su un piano orizzontale, ed abbiamo determinato la forma (2) delle forze di attrito che si esercitano sul corpo stesso. Ci possiamo però ora domandare: cosa succede in un caso più generale, per esempio nel caso in cui il corpo viene trascinato lungo un piano inclinato? In questo caso, basta modificare in modo opportuno la forma (2). Infatti, se indichiamo con $\vec{F}_N$ *la componente normale al piano di trascinamento della forza totale agente sul corpo*, e con F_N il suo modulo, la forma più generale dei moduli delle forze di attrito (statica o dinamica) agente su un corpo diventa

$$F_{as} = c_s\ F_N\ ,$$

$$F_{ad} = c_d \; F_N \;, \tag{5}$$

e le corrispondenti espressioni per il lavoro (dissipativo) da esse fatto diventano

$$L_{AB}^{(as)} = c_s \; F_N \; s,$$

$$L_{AB}^{(ad)} = c_d \; F_N \; s. \tag{6}$$

Quindi, la definizione generale di forze di attrito diventa: *Le forze di attrito che si esercitano su un corpo trascinato su un piano hanno stessa direzione e verso opposto allo spostamento del corpo, ed hanno modulo proporzionale alla componente normale al piano di trascinamento della forza totale agente sul corpo, attraverso coefficienti di proporzionalità che prendono il nome di coefficiente di attrito statico o coefficiente di attrito dinamico.*

Prima di passare a qualche appllicazione, dobbiamo fare una precisazione. Il tipo di attrito (statico o dinamico) che abbiamo preso in considerazione finora presuppone che il corpo sul quale questo attrito si esercita venga *trascinato*; diciamo allora in questo caso che si tratta di *attrito radente*. Esiste però un altro tipo di attrito che si esercita quando siamo in presenza di *rotolamento* (per esempio, quando abbiamo una ruota che avanza ruotando): in questo caso parliamo di *attrito volvente*. In realtà l'attrito volvente, specie se la regione di contatto istante per istante tra il corpo (la ruota) ed il terreno si riduce sostanzialmente ad un punto, ha il solo ruolo di permettere il movimento rotatorio; in pratica, è questo attrito che permette ad una macchina di "correre" lungo l'autostrada (avete mai provato, invece, a guidare sul ghiaccio?...). Prendendo come esempio proprio una macchina, quindi, l'attrito volvente è quello che le permette di muoversi. Quando, però, è necessario frenare, allora deve intervenire l'attrito *radente*, il quale agisce quando le ruote *strisciano e non girano*. Questo spiega perchè l'impianto frenante è tanto più efficace quanto più rapidamente blocca il moto rotatorio, permettendo l'innesco del moto radente (avrete sentito spesso l'espressione "inchiodare le ruote"). I costruttori di auto, quindi, mettono molta attenzione a questo aspetto; inoltre, studiano la composizione e la "rugosità" dei pneumatici in modo tale che, una volta innescato il moto radente, il coefficiente di attrito sia il più alto possibile. Per concludere questa divagazione pratica, ricordo che abbinare alla frenata uno scalamento delle marce è salutare perchè diminuisce la spinta del motore; e, soprattutto, ricordo che *evitare di correre troppo rimane l'accorgimento più salutare per salvare la propria vita e quella degli altri* (in questo senso, vi invito a notare l'importanza del termine cinetico $\frac{1}{2}\ m\ v_A^2$, relativo nel nostro caso alla velocità prima della frenata, nell'Eq. (1), ed alla sua dipendenza dal QUADRATO della velocità).

Comunque, a parte questa divagazione, non abbiamo la possibilità di approfondire il concetto di attrito volvente, e passiamo ora ad esempi ed applicazioni.

Applicazioni al piano inclinato.

Consideriamo ora, come caso di applicazione della definizione più generale (6) di forze di attrito, un corpo appoggiato ad un piano inclinato che presenta attrito. Indichiamo ancora con α, come nella lezione 6, l'angolo di inclinazione, e rappresentiamo, sempre come nella lezione 6, il piano inclinato attraverso una sezione verticale, e quindi come un triangolo rettangolo ABC, la cui ipotenusa $\overline{AC}$ rappresenta proprio il piano inclinato, il cui cateto verticale $\overline{AB}$ ha lunghezza pari alla quota, o altezza, del punto più alto A dal suolo, ed il cui cateto orizzontale $\overline{BC}$ è paralelo al terreno. L'angolo di inclinazione α del piano è sempre l'angolo formato tra il cateto orizzontale $\overline{BC}$ e l'ipotenusa $\overline{AC}$; esso, quindi, è *adiacente* a $\overline{BC}$ e *opposto* ad $\overline{AB}$. Infine, riscriviamo qui anche le relazioni tra altezza, base e lunghezza del piano inclinato (vedi lezione 6):

$$h = l\ \sin\ \alpha,$$

$$b = l\ \cos\ \alpha.$$

Ora, se vogliamo applicare il bilancio energetico che comprende anche l'attrito, per prima cosa dobbiamo determinare quanto vale il modulo F_N della componente della forza totale agente sul corpo che è perpendicolare al piano inclinato, cioè al piano di scivolamento. Se m è la massa del corpo, la forza che agisce su di esso è la forza peso, di modulo $m\ g$ diretta perpendicolarmente alla base del triangolo ABC, e dall'alto verso il basso. Questa forza può essere scomposta in una componente perpendicolare al piano inclinato, ed in una parallela a tale piano. Si traccino infatti due assi Cartesiani, con origine sul corpo (punto materiale), uno dei quali (asse X) abbia direzione coincidente con quella del piano inclinato e verso che va da A a C, e l'altro (asse Y) direzione perpendicolare al piano inclinato e verso (per esempio) uscente dal triangolo ABC. Indichiamo con O l'origine degli assi, che coincide con la posizione del punto materiale. Disegnamo il vettore forza-peso come una freccetta verticale che parte da O e punta verso il basso, e indichiamo con D la punta della freccia. La lunghezza $\overline{OG}$ sarà quindi il modulo della forza peso, cioè $m\ g$. Tracciamo ora, a partire da D, la perpendicolare all'asse X, e chiamiamo E il suo punto di intersezione con tale asse; allora, la lunghezza $\overline{OE}$ sarà il modulo della componente della forza peso lungo X, e quindi sarà il modulo della componente della forza peso *parallela* al piano inclinato. Tracciamo poi, sempre a partire da D, la perpendicolare all'asse Y, e chiamiamo G il suo punto di intersezione con tale asse; allora, la lunghezza $\overline{OG}$ sarà il modulo della componente della forza peso lungo Y, e quindi sarà il modulo della componente della forza peso *perpendicolare* al piano inclinato.

Adesso, è chiaro che F_N, il modulo della componente della forza totale agente sul corpo che è perpendicolare al piano inclinato, non è altro che la lunghezza $\overline{OG}$. Per calcolarla, consideriamo il triangolo rettangolo ODG, la cui ipotenusa $\overline{OD}$ vale $m\ g$, e di cui $\overline{OG}$ rappresenta un cateto. Ora, notiamo che gli angoli $\widehat{ACB}$, che non è altro che α, e $\widehat{GOD}$ hanno lati tra loro perpendicolari ($\overline{OG}$ è perpendicolare ad $\overline{AC}$, e $\overline{OD}$ è perpendicolare a $\overline{CB}$); per un noto teorema di geometria, i due angoli sono uguali:

$$\widehat{GOD} = \widehat{ACB} \equiv \alpha.$$

Allora, nel triangolo rettangolo ODG il cateto $\overline{OG}$, cioè F_N, è adiacente ad α, e quindi è uguale all'ipotenusa $\overline{OD} \equiv m\ g$ moltiplicata per il coseno di α:

$$F_N = m\ g\ \cos\ \alpha. \tag{7}$$

La forza di attrito dinamico è allora

$$F_{ad} = c_d\ (m\ g\ \cos\ \alpha), \tag{8}$$

e il lavoro dissipativo dovuto ad uno spostamento con attrito (dinamico) lungo un tratto generico $\overline{PQ}$ di lunghezza s del piano inclinato (dove P e Q

sono due punti generici del piano) è dato, usando la (6) e la (7), da

$$L_{PQ}^{(ad)} = c_d\,(m\ g\ \cos\ \alpha)\ s. \tag{9}$$

Poichè, chiamata Δh_{PQ} la differenza di quota tra i punti P e Q, il lavoro L_{PQ} che la forza peso svolgerebbe in assenza di attrito è (vedi Lezione 6) $L_{PQ} = m\ g\ \Delta h_{PQ}$, la relazione (1), tenuto conto della (9) diventa in questo caso

$$m\ g\ \Delta h_{PQ} - c_d\,(m\ g\ \cos\ \alpha)\ s = \frac{1}{2}\ m\ v_Q^2 - \frac{1}{2}\ m\ v_P^2, \tag{10}$$

dove naturalmente v_P e v_Q sono le velocità del corpo nei punti P e Q. Eliminando la massa m, presente in tutti i termini dell'equazione, abbiamo infine

$$g\ (\Delta h_{PQ} - c_d\ s\ \cos\ \alpha) = \frac{1}{2}\ (v_Q^2 - v_P^2). \tag{11}$$

Prima di proseguire con delle applicazioni, facciamo due osservazioni.

Innanzitutto, la prima delle (5) e l'espressione (7) ci dicono che la forza di attrito statico lungo il piano inclinato è

$$F_{as} = c_d\,(m\ g\ \cos\ \alpha). \tag{12}$$

Inoltre, notiamo che la componente della forza peso parallela al piano inclinato, che poi è la componente che effettivamente fa muovere il corpo, ha modulo F_P dato, nelle nostre notazioni, dalla lunghezza $\overline{OE}$, che coincide con la lunghezza dell'altro cateto del triangolo rettangolo ODG, al quale è parallelo, e che è opposto ad α; quindi, questa componente vale

$$F_P = m\ g\ \sin\ \alpha. \tag{13}$$

Vediamo ora qualche applicazione.

Esercizio 2): Un punto materiale scivola lungo un piano inclinato, partendo praticamente da fermo; il piano è inclinato di un angolo α, ed il coefficiente di attrito dinamico è 0.3. Calcolare quanto deve valere α affinchè il corpo si fermi esattamente ai piedi del piano inclinato

Soluzione: Dai dati del problema, nelle nostre notazioni, i punti P e Q della formula (11) coincidono con i punti A e C del triangolo rettangolo ABC che rappresenta il piano inclinato, la distanza tra P e Q è quindi la lunghezza l del piano inclinato, $\Delta h_{PQ} \equiv \Delta h_{AC}$ coincide con l'altezza h del piano inclinato, e inoltre $v_Q \equiv v_C$ e $v_P \equiv v_A = 0$. Allora, Riscriviamo la relazione (11) con $P \equiv A$, $Q \equiv C$, $s \equiv l$, $\Delta h_{PQ} \equiv \Delta h_{AC} = h$, $v_Q \equiv v_C$, e $v_P \equiv v_A = 0$:

$$g\ (h - c_d\ l\ \cos\ \alpha) = \frac{1}{2}\ v_C^2.$$

Ricordiamo ora che l'altezza h del piano inclinato e la sua lunghezza sono connessi dalla relazione $h = l\ \sin\ \alpha$ e, sostituendo nella precedente relazione

$$g\ l\ (\sin\ \alpha - c_d\ \cos\ \alpha) = \frac{1}{2}\ v_C^2.$$

Poichè la velocità ai piedi del piano inclinato, cioè v_C deve essere nulla, annullando il secondo membro dell'ultima relazione abbiamo

$$\sin\ \alpha - c_d\ \cos\ \alpha =\ \alpha 0,$$

da cui

$$c_d = \tan\ \alpha,$$

cioè

$$\alpha = \arctan\ c_d = \arctan\ 0.3 = 17.197^\circ.$$

Esercizio 3): Un corpo, partendo da una velocità iniziale v_0, scivola dalla cima di un piano inclinato di lunghezza pari a 27 metri, inclinato di 60 gradi, con un attrito dinamico di coefficiente pari a 0.3. Calcolare quanto deve valere v_0 affinchè il corpo alla fine del piano inclinato abbia la stessa velocità che avrebbe se partisse da fermo dalla cima del piano inclinato in assenza di attrito.
Soluzione: Con le solite notazioni, scriviamo la relazione (11) con $P \equiv A$, $Q \equiv C$, $s \equiv l$, $\Delta h_{PQ} \equiv \Delta h_{AC} = h$, $v_Q \equiv v_C$, e $v_P \equiv v_A = v_0$:

$$g\ (h - c_d\ l\ \cos\ \alpha) = \frac{1}{2}\ (v_C^2 - v_0^2).$$

Nel nostro caso abbiamo $l = 27\ m$, $c_d = 0.3$, $\alpha = 60^\circ$ e $h = l\ \sin\ \alpha$; quindi, da $\sin\ 60^\circ = \sqrt{3}/2$, $\cos\ 60^\circ = 1/2$ e $g \approx 10\ m\ s^{-2}$, abbiamo

$$10 \cdot 27 \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2} - 0.3 \cdot \frac{1}{2}) \approx 193.326\ m^2\ s^{-2} = \frac{1}{2}\ (v_C^2 - v_0^2),$$

da cui

$$v_C^2 = v_0^2 + 2 \cdot 193.326 \; m^2 \; s^{-2} = v_0^2 + 386.652 \; m^2 \; s^{-2}.(*)$$

Questa è la velocità finale nel caso con attrito. Nel caso senza attrito il corpo parte da fermo, cioè $v_P \equiv v_A = 0$, e possiamo applicare la (11) con $v_P \equiv v_A = 0$ e $c_d = 0$, ottenendo:

$$g \; h \equiv g \; l \; \sin \; \alpha = \frac{1}{2} \; v_C^2,$$

cioè

$$10 \cdot 27 \cdot \sqrt{3}2 \approx 233.826 = \frac{1}{2} \; v_C^2,$$

da cui

$$v_C^2 = 467.652 \; m^2 \; s^{-2}.(**)$$

Poichè v_C^2, secondo le richieste del problema, deve avere lo stesso valore sia nella relazione (*) che nella relazione (**), uguagliando i secondi membri otteniamo

$$v_0^2 + 386.652 = 467.652,$$

cioè

$$v_0^2 = 467.652 - 386.652 \; m^2 \; s^{-2} = 81 \; m^2 \; s^{-2}.$$

Quindi

$$v_C = 9 \; m \; s^{-1}.$$

Esercizi

Esercizio 4): Un'utomobile corre su un tratto rettilineo di autostrada a 144 km/h, sbanda e va a sbattere contro un traliccio. Da quale altezza bisognerebbe lasciar cadere da ferma l'auto per causarle gli stessi danni?
Soluzione: Il lavoro che la forza di gravità compie quando un corpo di massa m cade da un'altezza h è $m \; g \; h$. La conservazione dell'energia ci dice che questo lavoro viene trasformato in energia cinetica:

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2,$$

da cui

$$h = \frac{v^2}{2\,g}.$$

Nel sistema MKS 144 Km/h corrispondono a 40 m/s, da cui

$$h \approx \frac{1600}{20}\,m = 80\,m.,$$

corrispondenti ad un palazzo di circa 26 piani!

Esercizio 5): Due automobili che vanno ciascuna alla velocità di 36 Km/h fanno uno scontro frontale. Da quale altezza bisognerebbe lasciar cadere da ferme le auto per causar loro gli stessi danni?
Soluzione: Per la composizione delle velocità, ciascuna automobile viaggia rispetto all'altra con una velocità effettiva di $(36+36)\;Km/h = 72\;Km/h = 20\;m/s$. dalla relazione

$$h = \frac{v^2}{2\,g}$$

abbiamo

$$h \approx \frac{400}{20}\,m = 20\,m$$

(più di 6 piani!).

Esercizio 6): Un'utomobile corre su un tratto rettilineo di autostrada a 144 km/h. Il coefficiente di attrito dinamico dell'asfalto vale circa 0.3. Quanto spazio sarà necessario all'auto per fermarsi dal momento in cui la frenata blocca le ruote e quindi l'automobile comincia a strisciare, ed il motore ha esaurito la sua spinta?
Soluzione: Possiamo applicare la (1). Trattandosi di un moto in piano con forza normale data dalla forza peso, il lavoro dissipativo è dato dalla seconda relazione dell'Eq. (4), con $c_d = 0.3$ e con s che rappresenta l'incognita. Inoltre, essendosi esaurita la spinta del motore, il contributo L_{AB} nella (1) è nullo. Infine, la velocità iniziale v_A è $v_A = 144\;km/h = 40\;m/s$, e la velocità

finale v_B, dovendosi la mcchina fermare, è $v_B = 0$. possiamo quindi scrivere, semplificando anche m,

$$- 0.3\, g\, s \approx - 3\, s = -\frac{1}{2}\,(40)^2 \equiv - 800,$$

da cui

$$s \approx \frac{800}{3}\, m \approx 266.66\, m.$$

Esercizio 7): Un corpo, partendo praticamente da fermo, scivola con attrito lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$. Il coefficiente di attrito dinamico è $c_d = 0.3$, e la lunghezza del piano è $l = 30\ m$. Calcolare qual'è la velocità del corpo dopo che ha percorso 10 metri lungo il piano.

Esercizio 8): Un corpo di massa $m = 2\ Kg$ è soggetto ad una forza F costante di 10 N e, partendo da fermo, percorre senza essere soggeto ad attrito 100 m; a questo punto la forza F cessa di agire praticamente in modo istantaneo, ed il corpo colpisce una molla, inizialmente in equilibrio, di costante elastica $k = 3\ N/m$, e la comprime. Lo stesso corpo, con la stessa massa $m = 2\ Kg$ e soggetto alla stessa forza F costante, ma soggetto anche ad attrito dinamico, percorre, partendo da fermo, 100 metri, dopo i quali la forza F cessa di agire praticamente in modo istantaneo; a questo punto cessa anche l'attrito, ed il corpo colpisce la stessa molla, inizialmente in equilibrio, di costante elastica $k = 3\ N/m$, e la comprime. Calcolare:

1) la velocità del corpo dopo i 100 metri percorsi senza attrito (usare la conservazione dell'energia meccanica);

2) il valore del coefficiente di attrito dinamico sapendo che, dopo un tempo $t = \pi/(2\omega)$ dall'inizio della compressione della molla (con $\omega = \sqrt{k/m}$), la lunghezza della compressione stessa nel caso con attrito è la metà di quella nel caso senza attrito;

3) la velocità del corpo dopo i 100 metri percorsi con attrito (usare il valore del coefficiente di attrito dinamico ricavato dal quesito 2).