

Matematica Discreta e Logica Matematica
Classe 2: Matricola 1 mod 3
21 novembre 2011

Prova intercorso D

Cognome e Nome Matricola

- 1) Stabilire la cardinalità dell'insieme $A = \{\frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N}\}$.

Cognome e Nome Matricola

2 Dimostrare che per ogni $n \geq 0$, si ha che $6^n \geq 1 + 5n$.

Cognome e Nome Matricola

3) Si consideri la funzione

$$f : x \in \mathbb{N} \rightarrow \frac{2x - 5}{2x} \in \mathbb{Q}.$$

Verificare se f è iniettiva e suriettiva. Calcolare, inoltre:

- (i) $f(\{1, 3, 12, 15, 20\})$
- (ii) $f^{-1}(\{-\frac{1}{4}, -\frac{2}{5}, -\frac{4}{7}, \frac{1}{6}, 2\})$

Cognome e Nome Matricola

- 4) Si consideri la relazione R sull'insieme \mathbb{Z} dei numeri interi relativi definita, per ogni $a, b \in \mathbb{Z}$, da

$$aRb \text{ se e solo se } a = b \text{ oppure } ab = 45.$$

Dimostrare che R è una relazione d'equivalenza. Determinare

- i)* $[0]_R =$
- ii)* $[1]_R =$
- iii)* $[-3]_R =$
- iv)* $[2]_R =$
- v)* $[5]_R =$

Dato un insieme S quale relazione esiste tra le partizioni di S e le relazioni d'equivalenza su S ?

Cognome e Nome Matricola

5) Considerare le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Dimostrare che AB è invertibile e calcolarne l'inversa.

Cognome e Nome Matricola

6) Risolvere il sistema

$$\begin{cases} x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases},$$

con il metodo di eliminazione di Gauss.

Cognome e Nome Matricola

7) Enunciare e dimostrare il teorema di Cramer.