ESERCIZIO

$$\max \ -4x_1 + x_2$$
$$-x_1 + 2x_2 \le 6$$
$$\frac{1}{2}x_1 + x_2 \le 6$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

RISOLVERE L'ESERCIZIO APPLICANDO IL SIMPLESSO, OTTENENDO LA BASE OTTIMA.
SI PARTE CON LA BASE = $B(1,2)$.

STANDARDIZZIAMO:

$$\begin{aligned} &\max \ -4x_1 + x_2 \\ &-x_1 + 2x_2 \le 6 \\ &\tfrac{1}{2}x_1 + x_2 \le 6 \end{aligned} \xrightarrow{\text{(STANDARD)}} \begin{aligned} &-\min \ 4x_1 - x_2 \\ &-x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ &\tfrac{1}{2}x_1 + x_2 + x_4 = 6 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{aligned}$$

RIPORTO LE INFORMAZIONI UTILI PER SVOLGERE IL SIMPLESSO:

$$A \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \quad A_b \begin{array}{c} \begin{array}{cc} x_1 & x_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \end{array} \quad N \begin{array}{c} \begin{array}{cc} x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \quad b \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \quad c \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

ESEGUIAMO IL TEST DI AMMISSIBILITÀ PER LA BASE $B(1,2)$:

$$x_B = A_b^{-1} \cdot b \ge 0$$

$$x_B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{9}{2} \end{pmatrix} \ge 0$$ LA BASE $B(1,2)$ <u>È AMMISSIBILE</u>

ESEGUIAMO IL TEST DI OTTIMALITÀ (QUALE VARIABILE ENTRA IN BASE?)

$$z_j - c_j = c_B \cdot A_b^{-1} \cdot e_j - c_j$$

$$z_3 - c_3 = (4 \ -1) \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 0 = -\frac{9}{4} \le 0 \quad \checkmark$$

$$z_4 - c_4 = (4 \ -1) \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 0 = \frac{7}{2} \ge 0$$ $\longrightarrow$ LA VARIABILE x_4 <u>ENTRA IN BASE</u>

TEST DEI MINIMI RAPPORTI (QUALE VARIABILE ESCE DALLA BASE?)

$$\frac{b_z}{y_{zj}} = \quad b_z \longrightarrow A_b^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{9}{2} \end{pmatrix}, \quad y_{zj} \longrightarrow A_b^{-1} \cdot e_j = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{3}{1} ; \frac{\frac{9}{2}}{\frac{1}{2}} \right\} \longrightarrow \min \left\{ \overset{x_1}{3} ; \overset{x_2}{9} \right\}$$

LA VARIABILE x_1 <u>ESCE DALLA BASE</u>

AGGIORNIAMO GLI INDICI E LE INFORMAZIONI UTILI PER CONTINUARE CON IL SIMPLESSO:

$$A \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \quad Ab \begin{array}{c} \begin{array}{cc} x_4 & x_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \quad N \begin{array}{c} \begin{array}{cc} x_3 & x_1 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{array} \quad b \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \quad c \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

ESEGUIAMO IL TEST DI AMMISSIBILITA' PER LA BASE $B(4,2)$:

$$x_B = Ab^{-1} \cdot b \geq 0$$

$$x_B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & +1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \geq 0$$

LA BASE $B(4,2)$ E' AMMISSIBILE

ESEGUIAMO IL TEST DI OTTIMALITA' (QUALE VARIABILE ENTRA IN BASE?)

$$z_j - c_j = c_B \cdot Ab^{-1} \cdot a_j - c_j$$

$$z_3 - c_3 = (0 \ \ -1) \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 0 = -\frac{1}{2} \leq 0 \quad \checkmark$$

$$z_1 - c_1 = (0 \ \ -1) \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} - 4 = \frac{1}{2} - 4 = -\frac{7}{2} \leq 0 \quad \checkmark$$

QUINDI LA BASE TROVATA $B(4,2)$ E' OTTIMA E UNICA