

Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa
Esame del 08/04/2013

Nome Cognome
 Matricola/.....

1. (3 punti) Scrivere il duale del seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 12x_2 + x_3 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 &\geq 4 \\ 11x_2 - 3x_4 + x_5 &\leq -4 \\ 3x_1 + x_2 + 7x_3 - 8x_4 &= 8 \\ x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \leq 0, \quad x_4 \text{ n.v.}, \quad x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

2. (4 punti) Dato l'insieme $X = \{x \in R^n : Ax \geq b, x \geq 0\}$ dove A è una matrice di dimensione $m \times n$ ed i vettori x e b sono delle appropriate dimensioni. Si dimostri che l'insieme X è un insieme convesso.

3. Dato il seguente problema (P) di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \max &= \frac{1}{2} x_1 + x_2 \\ 4x_1 + 2x_2 &\geq 4 \\ 2x_1 + 4x_2 &= 8 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\text{ n.v.} \end{aligned}$$

- (3 punti) Determinare graficamente una soluzione ottima per (P): determinare l'insieme ammissibile, il punto di ottimo (se esiste) e il valore di ottimo.
- (2 punti) Determinare una nuova funzione obiettivo tale che l'ottimo risulti illimitato
- (2 punti) Determinare una nuova funzione obiettivo tale che esistano infiniti punti di ottimo

4. Dato il seguente problema (P) di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min &= -3x_1 + 2x_2 \\ 4x_1 + 2x_2 &\geq 4 \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 8 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- (6 punti) Determinare il punto di ottimo ed il valore di ottimo del problema (P) applicando il metodo del simplesso.
- (4 punti) Riscrivere il problema (P) applicando il metodo della rappresentazione e trovare il punto di ottimo ed il valore di ottimo del nuovo problema (P1) ottenuto.
- (2 punti) Verificare che il punto di ottimo (nelle nuove variabili λ e μ) trovato risolvendo il problema (P1) corrisponda al punto di ottimo trovato risolvendo il problema (P).

5. Sia dato un grafo orientato $G=(V,E)$, caratterizzato da 8 nodi ($V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$) e 13 archi. A ciascun arco è associato il seguente costo:

Arco	(1,2)	(1,3)	(2,4)	(3,2)	(3,5)	(4,6)	(5,2)	(5,4)	(5,7)	(6,7)	(6,8)	(7,4)	(8,7)
Costo	10	1	3	7	1	6	1	4	9	4	10	5	1

- (4 punti) Determinare l'albero ricoprente di peso minimo applicando uno degli algoritmi conosciuti