

**Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.**  
**Corso di Ricerca Operativa**  
**Esame del 19/09/2011**

Nome ..... Cognome .....  
 Matricola ...../.....

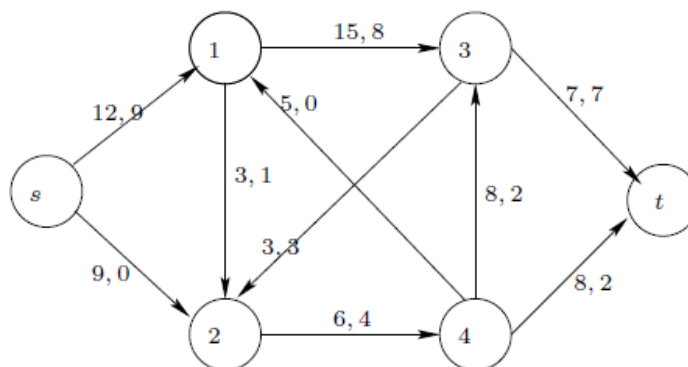
1. Si consideri il seguente problema (P) di ottimizzazione lineare:

$$\begin{aligned} \min z &= 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 12x_5 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_5 &\geq -2 \\ x_1 + 4x_2 - 4/8x_3 - x_5 &\leq 7 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0, x_4 \text{ n.v.}, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

- (2 punti) Scrivere il duale (D) del problema (P).
  - (2 punti) Scrivere il problema in forma standard di minimo ottenendo la formulazione (S)
  - (2 punti) Scrivere il duale (DS) della formulazione (S) ottenuta al punto b.
  - (3 punti) Effettuare gli opportuni passaggi di trasformazione per verificare che la formulazione (DS) ottenuta al punto c è equivalente alla formulazione (D) ottenuta al punto a.
2. (2 punti) Verificare se il vettore  $A=(1,2)$  è ottenibile come combinazione conica dei vettori  $B=(-1,3)$  e  $C=(4,3)$
3. Dato il seguente problema (P) di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 - 4x_2 \\ 2x_1 + 4x_2 &\geq 6 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 9 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- (3 punti) Determinare graficamente una soluzione ottima per (P): determinare l'insieme ammissibile, il punto di ottimo (se esiste) e la corrispondente base ottima.
  - (5 punti) Risolvere il problema attraverso l'algoritmo del simplesso applicando (se necessario) la prima fase del metodo del simplesso.
  - (3 punti) Determinare la soluzione ottima duale associata alla base ottima primale e verificare la validità delle condizioni agli scarti complementari.
4. Sia dato un grafo orientato  $G=(V,E)$  in figura dove ad ogni arco  $(i,j)$  sono associati due valori  $(u_{ij}, f_{ij})$  dove  $u_{ij}$  è la capacità massima dell'arco ed  $f_{ij}$  è il valore del flusso corrente sull'arco:



- (4 punti) Formulare il problema come problema di programmazione lineare
- (3 punti) Determinarne una soluzione ottima applicando l'algoritmo del cammino aumentante
- (2 punti) Determinare il taglio a capacità minima e verificare la validità del teorema del "massimo flusso & minimo taglio".