PRIMO PRINCIPIO DI KIRCHHOFF

Cominciamo col dare la definizione di *ramo* di un circuito e di *nodo* di un circuito.

Definizione di ramo di un circuito: Un ramo di un circuito un tratto di circuito, contenente almeno una resistenza, che non

Definizione di nodo: *Dato un circuito, un nodo un punto del circuito nel quale confluiscono almeno* **tre** *rami.*

In un nodo le correnti possono entrare o uscire. Enunciamo allora il *primo principio di Kirchhoff*:

"Dato un nodo, e attribuito convenzionalmente un segno positivo alle correnti che entrano nel nodo, ed un segno negativo a quelle che escono, la somma algebrica delle correnti in un nodo nulla". O, alternativamente: "La somma delle correnti che entrano in un nodo uguale alla somma delle correnti che escono dal nodo". In formule

$$\sum_{n=1}^{N} i_n = 0,$$

oppure, indicando con $\sum_n'$ e $\sum_n''$ rispettivamente la somma dele correnti entranti e la somma delle correnti uscenti:

$$\sum_n{}' i_n = \sum_n{}'' i_n.$$

Per esempio, supponiamo che in un nodo confluiscano quattro rami, che le correnti entranti siano due, la prima di valore $i_1 = 1\ A$ e la seconda di valore $i_2 = 2\ A$, e che le correnti uscenti siano due, denotate con i_3, i_4. Allora, necessariamente

$$i_3 + i_4 = i_1 + i_2 \equiv 3\ A.$$

Esercizio: in un nodo entra una corrente $i_1 = 4\ A$*, ed escono una corrente* $i_2 = 3\ A$*, e una corrente* i_3*. Calcolare* i_3*.*

soluzione:

$$i_1 = i_2 + i_3,$$

quindi

$$4 = 3 + i_3,$$

da cui

$$i_3 = 1\ A.$$

RESISTENZE IN PARALLELO

Definizione: *Due resistenze si dicono in parallelo quando condividono la stessa differenza di potenziale.*

Per esempio, consideriamo due nodi A e B. In A confluiscono tre rami; uno dei rami entra da sinistra, gli altri due rami escono verso destra. Sui due rami che escono sono presenti le resistenze R_1 e R_2. I due rami che escono da A entrano da sinistra in B, e poi da B esce verso destra un altro ramo. Le due resistenze R_1 ed R_2 sono resistenze in parallelo. E' chiaro che sia ai capi di R_1 che ai capi di R_2 c' la stessa differenza di potenziale, cio quella tra i punti A e B $V_B - V_A$. Notare ancora che, per il primo principio di Kirchhoff applicato al nodo A, detta i la corrente che entra da destra in A, e i_2 e i_2 le correnti che escono da B passando attraverso R_1 e R_2, abbiamo

$$i = i_1 + i_2.$$

Naturalmente, applicando Kirchhoff al nodo B, abbiamo che in B *entrano* i_2 e i_2, ed esce nel ramo verso destra la loro somma, cio i.

Calcoliamo ora la resistenza equivalente di due resistenze in parallelo. Indichiamo con R la resistenza equivalente. La sua definizione la seguente: "R quella resistenza che, sostituita tra A e B alle due resistenze in parallelo R_1, R_2, d la corrente totale i che fkuisce nel circuito". Allora possiamo procedere. Denotate con i_2 e i_2 le correnti che fluiscono rispettivamente in R_1 e R_2, applicando la legge di Ohm a R_1 e R_2, e alla definizione di resistenza equivalente R, e tenendo presente che tutte e tre le resistenze sono poste tra A e B, abbiamo:

$$V_B - V_A = R\, i, \tag{1}$$

$$V_B - V_A = R_1\, i_1, \tag{2}$$

$$V_B - V_A = R_2\, i_2. \tag{3}$$

Ricavando le correnti abbiamo:

$$i = \frac{V_B - V_A}{R}, \tag{4}$$

$$i_1 = \frac{V_B - V_A}{R_1}, \tag{5}$$

$$i_2 = \frac{V_B - V_A}{R_2}. \tag{6}$$

Ora, come abbiamo visto, il primo principio di Kirchhoff ci d:

$$i = i_1 + i_2. \tag{7}$$

Sostituendo in (7) le espressioni (4), (5), (6) per le correnti, otteniamo

$$\frac{V_B - V_A}{R} = \frac{V_B - V_A}{R_1} = \frac{V_B - V_A}{R_2}, \tag{8}$$

da cui, semplificando $V_A - V_B$, otteniamo che la resistenza R equivalente alle due resistenze in parallelo R_1 e R_2 soddisfa la relazione:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2}, \tag{9}$$

cio che *l'inverso della resistenza equivalente a due resistenze in parallelo uguale alla somma degli inversi delle due resistenze.* Ricavando R dalla (9), abbiamo

$$R = \frac{R_1\, R_2}{R_1 + R_2}. \tag{10}$$

In particolare, se le due resistenze in parallelo sono uguali ($R_1 = R_2 \equiv r$), vediamo subito per sostituzione nella (10) che $R = r/2$. Se ora si considerano n resistenze tutte in parallelo tra loro, cio tutte comprese fra gli stessi due nodi A e B, e tutte uguali a r, iterando il conto si vede subito che $R = r/n$. Cio: "la resistenza equivalente di n resistenze in parallelo che hanno lo stesso valore l'ennesima parte del valore comune alle resistenze in parallelo".